

KYBEIA,
QUÆ COMBINATORIÆ GENUS EST, DE ALEA, & LUDIS
FORTUNÆ SERIÒ DISPUTANS.

JUAN CARAMUEL

*Quantum debeat exponi, quantum rependi, ut necessaria in Ludis, qui a sola
Fortuna dependent, observetur, æqualitas, quærit, & ex veris fundamentis decidit.*

Num. XLIX.

De Aleæ Inventore variæ circumferuntur Scriptorum sententiæ. Sunt, qui ludum hunc a Palamede Nauplii filio apud Trojam in castris ad militum otium oblectandum cogitatum existiment. Est enim res difficilis vigilare in excubiis: & dum aliqui, ne dormiant, potitant, se ineptos reddunt, ut armis, si necessitas urgeat, utantur. Ergo, fuit de militia benemeritus, qui invenit modum, quo sine tædio milites vigilarent. Sed hoc ipsum inventum Lydiis *libr.* I. Herodotus accenset. Ut omnia bona a Diis provenisse ostendat Plato. Aleæ non usum, sed abusum condemnat, & a Theuto antiquo Germanorum Deo talos inventos asserit. Unde, cum adolescentem increparet, qui hoc ludo solebat tempus fallere, & ille, se ob rem parvam objurgari, objiceret, *At consuetudo non est res parva*, adjecit Plato. Tantum ergo hic Philosophus condemnabat abusum. Verum enim vero, si rem accurate perpendam, usum, quem dicitur non incriminari Plato, non intelligo. *Sane*, in Alea vix reperiri virtus solet, utinam sine vitio exerceatur. Sunt enim Artes in peccato originali conceptæ; Artes profecto, in quibus, quo magis aliquis laboret, & proficiat, fit pejor. Ludum quemdam amatorium, eleganter exhibebat adolescens in balneo (Græcus diceret KOTTABIZE, *kottabizabat*), & dum cæteri applaudent, ingemuit Diogenes, *Quo melius, hoc deterius*, exclamans. Damnavit argute improbitatem Artis, qualis etiam est Alea, cujus, quo quisque est peritior, hoc est, deterior. Ex Lærtio *libr.* 6. Huc etiam posset, quis Artem militarem referre, nam hodie est Bellum bellum: pugnatur contra nostros rusticos, hostibus parcitur; & qui in hoc genere militiæ expertior, ipsissimus est sceleratior; unde subortum est Axioma.

Nam Canis, & Miles $\left\{ \begin{array}{l} \text{qui malus, ille bonus.} \\ \text{qui bonus, ille malus.} \end{array} \right.$

Aleam suo tempore fuisse Romæ interdictam, affirmat clarissime Horatius, quando concinit.

—*Ludere doctior,
Seu Græco jubeas trocho,
Seu malis vetita legibus alea.*

Et Ulpianus *libro Pandectarum decimo, tit. de Aleatoribus*, adducit hoc Prætoris Edictum. *Prætor ait. Siquis eum, apud quem Alea lusum esse dicitur, verberaverit, damnum-ve ei dederit, sive, quod eo tempore domo ejus subtractum est, judicium*

non dabo. In eum, qui Aleæ ludendæ causa vim intulerit, (nempe, in eum, qui alium ad ludendum Alea coegerit: sic enim Edictum interpretatur Paulus) uti quæque res erit, animadvertam.

Hinc patet, Aleam exesse a Republica bene gubernata debere: interim, quia permittitur, oportet, ut saltem sub talibus conditionibus permittatur, ut nulla iniustitia subrepat. Et, quia Tu, passim homines in domo lusoria individuas circumstantias audire, & tamen in gymnasio non-nisi generales doceri, conquereris, Philomuse doctissime; & quia non juvatis a libris, nam, & ipsi intra terminos generales se continent, jubesque, ut Regulas tibi speciales præscribam, quæ te possint in conscientiarum directione juvare. Obedio: & a communi doctrina, quæ a Theologis passim traditur, exordium sumo: & sic statuo.

In ludis & sortibus, qua a sola Fortuna dependent, servari omnino debet æqualitas.

Est certissima & securissima Propositio. Sed, unde purus Theologus scire poterit, An æqualitas in Concertatione servetur? Ergo, recurrere ad Mathesin necessario debemus. Consideremus sequentem Syllogismum.

Ut servetur æqualitas, necessarium est, ut periculo pecunia correspondeat. Ita, ut, qui æquali se periculo exponunt, deponant æqualem pecuniam: inæqualem autem, qui inæquali: ita, ut minorem debeat ponere, qui objicitur majori periculo; majorem autem, qui minori.

At hic & nunc inter Concertatores servatur omnimoda æqualitas, (aut enim in periculo est, aut per compensationem resultat.)

Ergo hic ludus est licitus: & neuter tenetur ad restitutionem.

At hic & nunc inter Concertatores non servatur omnimodo æqualitas, (vel enim in æqualitas in periculo est, vel ex compensatione resultat.)

Ergo iste ludus est illicitus: & ille, cui inæqualitas favit, tenetur ad restitutionem.

Circa Maiorem, quæ ad Theologiam Moralem exspectare deberet, nimis sunt generalia, quæ in libris scripta. At Minorem nunquam purus Theologus poterit examinare: immo, neque Arithmeticus, nisi reconditam percalleat numerorum doctrinam, qua plerique omnes carent, qui Scholæ imperant, & Reipublicæ serviunt. Et hic obiter nota, in Concertatione non solum debere præsciri, An periculum sit? sed, Quantum sit? nam exponendæ pecuniæ tantitas a periculi tantitate dependet. Quam ob rem, valet exemplum, quod solet a nonnullis proponi: videlicet. *Siquis me inscio, altera manu 3 solidos occultet, altera 7 mihi que optionem det, ut eligam: hoc tantum valet, ac si 5 dedisset.* Nam in hoc casu non habemus, unde metiamur inæqualitatem periculi, & cæco modo ingrederetur, qui in illa alternatione vellet de solidorum numero Concertationem instituere. Adeoque cum non sit major ratio unius, quam alterius, inter duo extrema ferio medium, & dico in partes æquales esse differentiam dividendam, & *optionem illam, tantum mihi valere, ac si 5 dedisset.* At aliter succedit in Alea: Spei, & periculi æqualitas, & inæqualitas cognoscuntur; & determinantur exacte; nam cuicumque numero meas pecunias exponam, quantam spem habere debeam, scio: & quanto periculo subsim, cognosco, ut inferius videbitur. Cum igitur, circa Minorem tota fit difficultas, quando Casus proponitur, illam exemplis aliquibus dilucidabo: nam, ubi ad circumstantias individuas venit, tot vorticibus procellescit Disputationis Oceanus, ut vix habeat

viam, & rhombum Iudex, ut ad portum Veritatis perveniat. Duo in tempestate Numina invocabant Antiqui: Castorem, & Pollucem; duos Ego Numinis Divini Radios in præsentī Theologiam, Combinatoriamque: Illam, ut Majorem præmissi Syllogismi dilucidet: hanc, ut Minorem examinet, & periculi gradus metiatur. Et, ut id præstet clarius, de ludo prius, qui a sola pendet fortuna, differamus.

ARTICULUS I.

De Alea (Hisp. de los Dados.)

Num. L.

Tali (& si parvi sint, *taxilli*) erant quædam officula, quadrilatera, quibus olim Iusitabat: habebant tantum quatuor latera, quæ eminere possent. Primum notabatur unico puncto, & vocabatur *canis*, seu *canicula*: erat nocivum ludenti; debebat enim nummum ponere, si talus caniculam repræsentaret. Unde intelligendus est Persius, aliique, *a quibus asseritur perniciosus canis*. Huic lateri oppositum septem notatum punctis *Venus*, seu *Cous* appellabatur: & qui illam expremebat, sex nummos recipiebat a singulis, & quidquid jactu canis erat depositum. Alia duo latera etiam opposita *Chius*, & *Senio* dicebantur: illud notabatur tribus punctis istud quatuor, quod tres illud nummos, & istud lucraretur quatuor. Interdum lusorum contractu, tam erat damnosus Senio, quam Canis. Suetonius in Augusto: *Talis jactatis, ut quisque canem, aut senionem miserat, in singulos talos singulos denarios conferebat in medium, quos tollebat universos, qui Venerem jecerat*. Huc videtur alluisse Ovidius *libr. 2 Trist. Eleg. I.*

*Quid valeant tali, quo possis plurima jactu
Figere, damnosos effugiasque canes.*

Canes dicit, non Canem: nam Senio ludentium pacto erat secundus canis. *Figere jactu*, Hispan. *clanar el dado*, de illis dicitur, qui sciunt jacere puncta, quæ volunt.

Quatuor latera exhibet illud animalis os, quod ab Hispanis *Taba* dicitur, & pueris in suis lusibus servit. Hoc ævo pauperes, & inferioris notæ juvenes hoc ludo utuntur: sed, quia placet nobilibus, ut illum hac ignominia exuerent, *Tabam* ex argento formarunt. Volunt aliqui Hispanice talum vocari *el carnicol*: Græcis vero est ΑΣΤΡΑΓΑΛΟΣ, unde ΑΣΤΡΑΓΑΛΙΖΩ, *talis ludo*. Et ΑΣΤΡΑΓΑΛΟΝΤΕΣ, *qui talis ludunt*, quo olim nomine opus elimatissimum Polycleti exære fustum, quod duos haberet pueros talis ludentes, celebrabatur, ut notat Plinius *libr. 34 cap. 8.*

Num. LI.

Huic æquivalet alius lusus, cui turbo servit, & *Perinola* ab Hispanis vocatur. Quatuor planas superficies his literis P. D. S. T. notatas habet: quarum sensus est iste *Pone unum nummum; Derelinque*, hoc est, nec ponas, nec extrahas. *Sume unum nummum: Totum, quod est positum, extrahe*, vel, ut Hispani loquuntur, *Pon, Dexa, Saca, Toma Todo*. In hoc ludo P videtur esse veterum Canis: & T. Venus: S. est similis Senioni, aut Chio: & D. jactus indifferens, nec nocivus, nec utilis; inter Senionem Canemque a junioribus additus.

Nunc utimur talis cubicis, habentibus sex superficies: punctis diversis successive notatis ita, ut oppositæ simul semper contineant septem: si enim hæc habet unum punctum, opposita debet habere sex: si hæc 2 illa 5 si hæc 3 illa 4 &c. Ideo hoc instrumentum (Hisp. *el dado*) a Græcis ΚΥΒΟΣ, & si parvum fuerit, ΚΥΒΙΟΝ, & a laterum numero ΒΟΛΟΣ ἘΞΑΠΛΑΕΥΡΟΣ vocatur. Ath. *libr. 3* Hinc aliqua suboriuntur vocabula, quorum necessaria est notitia: præcipua expono.

ΚΥΒΕΙΑ, lusus aleæ.

ΚΥΒΗΣ, & ΚΥΒΕΥΤΗΣ, *Aleator, qui aleam ludit.*

ΣΥΝΚΟΒΕΥΤΗΣ; *Collusor.*

ΦΙΛΟΚΥΒΟΣ, *qui aleam amat.*

ΕΥΚΥΒΕΙΝ, *in ludo alea lucrari:* &

ΔΥΣΚΥΒΕΙΝ, *in eodem ludo perdere.* Polybius *libr.* 9

Num. LII.

Si ludant duobus talis, minimus numerus dabit 2 (*azar* Hispanè; hoc est, infortunium vocatur) summus erit 12. Et, quia non est optimus, qui summus, in multis ludis, quot modis unusquisque numerus egredi possit, breviter explicabimus.

Binarius unico tantum modo potest mitti: videlicet, si tali sint 1 & 1.

Ternarium dant tali 1 & 2: 2 & 1. Ergo egredi potest duobus modis.

Quaternarium exprimunt 1 & 3: 2 & 2: 3 & 1. Ergo tribus modis.

Quinarium 1 & 4: 2 & 3: 3 & 2: 4 & 1. Ergo quatuor modis.

Senarium dant 1 & 5: 2 & 4: 3 & 3: 4 & 2: 5 & 1. Ergo quinque modis.

Septenarium vero 1 & 6: 2 & 5: 3 & 4: 4 & 3: 5 & 2: 6 & 1. Ergo sex modis.

Octonarium 2 & 6: 3 & 5: 4 & 4: 5 & 3: 6 & 2. Ergo jam incipiet felicitas numerorum minui: nam iste habetur quinque modis.

Novenarium exprimunt 3 & 6: 4 & 5: 5 & 4: 6 & 3. Ergo quatuor modis.

Denarium 4 & 6: 5 & 5: 6 & 4. Ergo tribus modis.

Un-denarium vero 5 & 6: 6 & 5. Hoc est, duobus modis.

Et tandem Duodenarium dant 6 & 6 ac propterea unico solo modo.

Hinc patet optimum numerum (hoc est, qui pluribus modis potest egredi) esse septenarium. Sed majoris claritatis gratia, figuras talorum, quæ in Lamina XIV ponuntur, contempleris.

Num. LIII.

His ludis (licet videantur tenues) gravissimæ summæ nummorum exponuntur quotidie, & ideo opus est ad mores, ludorum controversias reducere; & illas moraliter examinare. Sit

Conclusio Moralis. *Ut scias, quid exponere debeas, & quid possis tuta conscientia exigere, institue computum hoc modo. Vide quantum possis lucrari, si te securum reddideris, & quanti tibi stet ista securitas: si tantum in isto casu perdis, quantum acquis, ludus est æqualis, ac justus; inæqualis, & iniquus, si in eodem casu plus lucreris, quam perdas, vel contra.*

His positis, hæc dubia occurrunt, quæ indigent solutione manifesta, ut alia his similia explicare valeamus.

Num. LIV.

Est missurus talum veterem Paulus; & potest Canem, Chium, Senionem, aut Venerem repræsentare: Et dicit Cajus, Spondeo, quod erit Chius, & Gnejus, spondeo, quod erit Senio: & tu inquiris, quantum debeat alteruter exponere?

Respondeo, debere æqualem summam: quia æque est obnoxius fortunæ unus, quam alter.

Sed modo dicit Cajus, *Spondeo, quod erit Senio: & Gnejus, Spondeo, quod non erit Senio.* Et, quia novam percipis difficultatem, inquiris, quantum Gnejus opponere debeat, si Cajus opponat unum aureum. Ut respondere possim has hypotheses breves, & claras præmitto.

Si Cajus dixisset Francisco, *Spondeo, quod erit Senio, & non Canis*: & exposuisset unum aureum: si Ferdinando, *Spondeo, quod erit, Senio, & non Chius*, & exposuisset unum aureum: & tandem, si Fortunio, *Spondeo, quod erit Senio, & non Venus*, & exposuisset etiam aureum: tres contractus justos, & æquales iniret, ut patet ex dubio primo. Et tamen, solveret unum aureum, si perderet, & lucraretur tres, si Senionem jaceret. Ergo, qui dicit, ex quatuor possibilibus, & contingentibus, erit istud, & nullum ex aliis tribus, uno solo modo lucrari poterit, & tribus errare; Ergo debet exponere unum, & sperare tria: tantum enim est exponere unum aureum tribus periculis, quam tres aureos uni periculo.

Num. LV.

In eodem casu, quando videlicet missurus erat talum Paulus, Antonius dixit Claudio, *Erit Canis*. Terentio, *Erit Senio*: Fabritio, *Erit Chius*: Ausonio, *Erit Venus*. Ergo jam erat securus, & errare non poterat.

Ergo, quia justitia æquitatem (hoc est, æqualitatem) in ludo postulat, tantum debebat lucrari, quam perdere. Atqui lucratus est ab uno, & perdidit cum tribus: Ergo tantum debuit illis tribus simul sumptis solvere, quantum ab illo uno reciperet. Ergo, si Paulus misit Canem, & Antonius dedit Terentio unum scutum, Fabritio alium, & alium Ausonio; debuit a Claudio tres recipere. Ergo, quando dicit absolute, *Erit Canis, & non Senio, nec Venus, nec Chius*, & exponit unum aureum; qui contradicat dicens, *Erit vel Senio, vel Venus, vel Chius, & non Canis*, debet opponere tres aureos.

Num. LVI.

Si ludamus communibus taxillis, quia sex habent latera, qui exponat unum aureum dicens, *Mittetur Senarius, & non alius numerus*, si senarium, non mittat, debebit solvere unum aureum; & si mittat, quinque aureos lucrati. Et hoc, si utamur taxillo unico.

Et quid, si duobus? quid, si tribus? Qui cum duobus taxillis dicat, *Exprimam puncta 12* habet unicum modum satisfaciendi & 35 modos errandi: ergo, si exponat periculo unum aureum, debet sperare 35. Considera sequentem Tabulam.

<i>Numeri taxillorum.</i>		<i>Spes</i>	<i>Periculum.</i>	<i>Ergo solves.</i>	<i>Ergo recipies.</i>
2	12	1	35	1	35
3	11	2	34	1	17
4	10	3	33	1	11
5	9	4	32	1	8
6	8	5	31	1	$6\frac{1}{5}$
7	7	6	30	1	5

Habes ob oculos sex columnas; in prima, & secunda ponuntur numeri talorum, quos promittis jacere: in tertia spes (hoc est, quot modis potes votum assequi) in quarta periculum (hoc est, quot modis poteris non adsequi) in quinta, quantum debeas solvere: & tandem in ultima, quantum debeas lucrari, quoties numerum determinatum miseris; videlicet, qui perdis unum aureum, quoties non miseris.

Hinc potest censura deduci de jactu trium, aut plurium taxillorum: semper enim ille, qui tenetur exspectare determinatum punctum, se exponit majori periculo, quam, qui disjunctive, vel istum, vel istum, vel alium.

ARTICULUS II.

De his, qui ludum inceptum relinquunt.

Num. LVII.

Sæpe contingit, ut negotiis supervenientibus, ludus intermittatur. Et petis, *Quid fieri debeat de depositis nummis?* Hæc Quæstio, & ejusdem solutio, non solum aleas, sed pilam, & ludos universos concernit; & est digna, quæ examinetur accurate.

Porro, si consuetudini stemus, nihil aliud jure poterimus dicere, quam illam esse Arithmeticæ Combinatoriæ ignaram: nam, si ludus absolvi non possit, unusquisque recipit pecunias, quas deposuit. Pono exemplum. In pilæ ludo post quatuor partiales victorias triumphus canitur. Post primam numerantur 15 post secundam 30 post tertiam 40 quarta absolvit. Quid, si Petrus & Ioannes ludant simul, & quando alter 15 alter 40 numerat, superveniat ludum relinquendi necessitas? Quid fiet, quæso, de pecunia deposita? Utrumque ad illam habere æquale jus, falsum est: nam melior est illius conditio, qui 40 numerat, quam illius, qui tantummodo 15. Inæqualiter ergo debet dividi. Sed quantum unicuique, debebitur? Hoc opus, hic labor est. Nesciunt lusores; nescit TRHMASTIKTHS; &, ne errent, errant; & unicuique pecuniam, quam deposuit, restituunt: cum tamen certum sit, non totam ipsi aliquando deberi. Ergo hanc Veritatem, aliquos casus decidendo, expendamus.

Num. LVIII.

Ludebant alea Camillus Fridericusque. Unusquisque aureum deposuerat: hac lege; ut, qui prius ter vinceret, lucraretur. Vicerat Fridericus bis, Camillus semel: ille, si semel adhuc vincat, triumphat: hic debet adhuc bis vincere, ut lucretur. Perditur alea, & ludus absolvi non potest. Quo modo deposita pecunia dividetur? In inæquales partes. Quantum autem dandum erit alterutri?

Aliter. Se recreabant pila Clodius, Aureliusque, ille numerabat 30 hic 40 pila rumpitur: alia non reperitur: & ludus non potest absolvi. Sane neuter habet jus ad totam pecuniam depositam; nam neuter habet sufficientem numerum, ut lucretur. Qui tamen proximior est, ut triumphet, majus jus habet: ergo ad majorem pecuniæ partem, si hæc dividenda sit. Sed, qua ulna hanc metiemur inæqualitatem?

Num. LIX.

Attende: nam Resolutio est facilis, & procedens ex principiis securis.

Profecto, in primo casu alter (Camillus) vicerat semel: alter (Fridericus) bis. Si modo instituatur quartus ludus, de quo in illo agetur? In illo, si lucretur Camillus, præterdit suum jus reddere æquale juri alterius. Et quid præterdit Fridericus? Ius Camilli, siquod habet, dirimere, & totum lucrari. Si Camillus lucretur in hoc quarto ludo, erunt pares; &, si postea discedant, unusquisque recuperabit suum aureum. Si in hoc quarto ludo lucretur Fridericus, habebit ipse totum, & nihil habebit Camillus. Ergo quæstio, quæ in hoc quarto, non est utrimque æqualis. Camillus, ut alterum aureum, Fridericus, ut habeat, utrumque contendit. Victoria est æque dubia. Ergo inter unum, & duo debet fieri partitio ita, ut neuter ante victoriam habeat, quantum per victoriam acquireret. Inter 1 & 2 est $1\frac{1}{2}$. Ergo, si ante quartum ludum, se separent, & a concertatione desistant, habebit $0\frac{1}{2}$ Camillus: & Fridericus $1\frac{1}{2}$: hæc enim est inæqualitas, quam præcipit Aequitas observari.

Num. LX.

Eodem modo de ludo pilæ, & Clodio, Aurelioque philosophabimur. Ille 30 numerat, hic 40. Si pergerent, quid per primam Clodius obtineret victoriam? ut essent pares. Et quid, si vinceretur? Suum aureum perderet. Ergo est ipse in statu, ut proxime sequenti pila nihil sit lucraturus, & tamen possit totum perdere. Ergo ex uno latere (ex nihil perdere) ex alio (aureum perdere) medium est dimidium perdere. Si ergo recedant, & non absolvant lusum: Clodius semissem aurei perdet, semissemque alteram recuperabit.

Hinc patet in quocumque ludo, qui concertet sic, *Ego vincam bis, ante quam tu semel*: debere 1 contra 3 exponere, ut servetur æqualitas.

Ut hoc melius intelligas, instituatur hac lege concertatio. *Ludamus*, inquam Ego, *de uno aureo: si primo illum ludo lucratus fuero, eumdem illum, & alterum contra alios duos in secundo deponam*. Stante hypothese. Si perdo primum ludum, perdo unum aureum. Si lucror primum, & perdo secundum, perdo unum aureum tantum, illum enim, quem fueram lucratus, non numero. Si vero utrumque ludum lucrer, aureos tres adquiro. *Pono esse æque doctos Syncobeytas, nam, si alter esset doctior, & bis deberet ex pacto vincere, ante quam alter semel, tunc duæ victoriæ cum majori Scientia; & una victoria cum minori Scientia, per compensationem se reducerent ad æqualitatem*.

Num. LXI.

Sed quid, si alteri desint ludi tres alteri unicus? Si a recreatione desistant, qua proportione deposita pecunia dividetur?

Si sumerent aleam, & adhuc semel progredierentur in ludo, quid prætenderent? Ille, cui tres deerant lusus (vocetur Theon) transire ad conditionem Camilli; alter (vocetur Thyrsus) lucrari totum. Theon sic debet discurrere: Ex pecunia deposita, si hac vice vincam, debebitur mihi semiaureus, si vincar, nihil. Ergo, siquidem inter semiaureum, & nihil fluctuo, dabitur mihi quadrans aurei, si fortunam experiri nolimus.

Eodem modo dicendum est de pila, si alter habeat 15 & alter 40. Qui enim 40 numerat, si semel vincat, deposita pecuniam adquiret: ille autem, qui numerat 15 debet vincere bis, antequam se alteri parem constituat.

Hinc patet cum, qui hac conditione ludat, ut ter lucrari debeat prius, quam alter semel; debere contra septem tantum unum aureum exponere. Patet, quia in hac pecunia deposita, alter habet 1 & alter habet 7 partes. Ergo, qui habet 1 si pergant, illam 1 contra 7 opponit: & si vincat, cum unica septem lucrabitur. [Pono esse Collusores æque doctos, quia (Hisp. *quando se da partido*) ex laboris inæqualitate, & scientiæ inæqualitate fit compensatio.]

Num. LXII.

Sicut Casus secundus potuit resolvi ex primo: sic ex secundo hic tertius poterit. Pone nos debere ab alea desistere, quando mihi unus ludus, & tibi deficient ludi quatuor.

Iam ex doctrina premissa est expedita Resolutio. Si ludere adhuc semel pergere-mus, tua esset sors, ut vel omnia perderes, vel ad Theonis conditionem venires, & aurei haberes quartam partem. Quam ob rem, si inter nihil, & quadrantem ferias medium, habere debebis octantem.

Patet hinc primo, eum, qui in ludo pilæ nihil haberet, si tamen haberet 40 collusor, si deberent cessare, nondum perdidisse suam pecuniam, sed nec posse totam, quam deposuit redimere, sed tantummodo octantem.

Patet secundo, in ludo, in quo quater, ego vincere debeam, antequam meus adversarius semel, æquitatem servari, si ego unum, & 15 alter deponat.

Patet tertio, hac via in infinitum posse progredi, quoniam

<i>Qui antequam alter semel, lucrari debet</i>	<i>Debet exponere unum aureum contra</i>
<i>Semel</i>	<i>Unum</i>
<i>Bis</i>	<i>Tres</i>
<i>Ter</i>	<i>Septem</i>
<i>Quarter</i>	<i>Quindecem</i>
<i>Quinquies</i>	<i>Triginta-unum</i>
<i>Sexies</i>	<i>Sexaginta-tres &c.</i>

Numeri, qui adsumuntur sunt 1.2.4.8.16.32.64 &c. in quibus ita debet fieri divisio, ut, qui pluries vincere debeat, ut lucretur, aureum unicum, & ceteros omnes adversarius deponat.

Num. LXIII.

Si Petro deficient tres ludi, Paulo duo; & tamen non possit concertatio absolvi, qua lege pecunia dividetur? Respondeo. Si forte pergerent, primo nunc aleæ jactu, qua spe, quo periculo agerent? Hoc aleæ jactu speraret Petrus æqualem se reddere Paulo, adeoque pecuniæ depositæ mediam partem acquirere. Hoc autem eodem aleæ jactu speraret Paulus ad Thyrsi conditionem transire, & Petrum cum Theone componere. Si id contingeret haberet Petrus (Theon) quadrantem aurei. Inter quadrantem aurei, & aureum (hi enim sunt duo eventus aleæ) designandum est medium. Ergo ponamus aureum valere argenteis 16 adeoque pecuniam depositam argenteos 32 continere. Et sic in particulari discurtamus.

Num. LXIV.

Si hoc aleæ jactu Petrus vinceret, essent æquales, & acquireret ex pecunia deposita $\frac{16}{32}$: si vinceretur, in Theonis jus succederet, & acquireret $\frac{4}{32}$: inter $\frac{16}{32}$ & $\frac{4}{32}$ medium tenet. Ergo $\frac{20}{32}$. Ergo tantum Petro, si a ludo desistat, debetur: reliquum Paulo, videlicet $\frac{22}{32}$. Vel per aliam viam in eandem quæstionem ingrediamur. Si ulterius pergerent, & Paulus hac vice perdidisset, fieret æqualis Petro, & nihil prætereundere posset: nisi $\frac{16}{32}$ cæterum, si fuisset lucratus, in Thyrsum versus prætenderet $\frac{7}{8}$: hoc est $\frac{28}{32}$. Si a ludo desistant inter $\frac{16}{32}$ & $\frac{28}{32}$ quærat medium: videlicet $\frac{22}{32}$ debentur Paulo: Petro vero reliquum: hoc est $\frac{10}{32}$.

Hic casus in ludo pilæ habebit locum, si Petrus 15 & Paulus habere 30 dicatur: hic enim debet bis vincere, ut lucretur: ille autem ter: nam ex 15 per 30 & 40 ad 50 seu finem venit.

Habebit in aliis Concerationibus puta; si Collusores duo, æquali scientia præditi, ita inter se concertent, ut præmium illi, qui prius ter lucretur, debeatur. Unde, qui hac lege decertare voluerit, ut ipse ter victurus sit, ante quam adversarius semel vincat, debebit 10 contra 22 (vel 5 contra 11 nempe, 1 contra $2\frac{1}{5}$) deponere.

Est valde aliena a captu Aleatorum Resolutio: at illam exhibet securissimus Calculus.

Num. LXV.

Ex Casus præcedentis Solutione, multæ aliæ nascuntur illi suppare, adhuc unam addamus.

Quando Arsilius, & Strindus jussi fuerunt desistere, illi deerant ludi duo, isti quatuor. Quid ergo juris? quomodo distribuetur pecunia, quam deposuerunt in ΤΡΗΜΑΣΤΙΚΤΟΥ manus?

Sequamur nostrum resolvendi modum: videamus, quid contingere posset, si in lusu pergerent, & assumentes medium pronunciemus.

Si Strindus hac vice lucretur, quid erit? Se Petro reddet similem, & tunc sibi deficerent tres ludi, & Arsilio duo: unde juxta superius dicta haberet Strindus $\frac{10}{32}$ ex deposito. Si lucretur Arsilius, deerit ipsi unus ludus, & Strindo quatuor. Ergo tunc ex dictis §*Sed Quid?* prætenderet $\frac{30}{32}$: & relinqueret Strindo $\frac{2}{32}$. Inter $\frac{2}{32}$ & $\frac{10}{32}$ midiat exacte $\frac{6}{32}$: hæc igitur, debentur Strindo, & supersunt $\frac{26}{32}$ ut Arsilio fiat satis.

In ludo pilæ posset iste casus sic poni. Quando coacti sunt pilam dimittere, Arsilius 30 & nihil Strindus numerabat.

Qui hanc legem in ludo præscribat. *Ego lucrabor quater, antequam bis lucreris* 6 contra 26 (aut 1 contra $4\frac{1}{3}$) exponet.

Hucusque de singulari Certamine disseruimus: nunc tres inter se conservamus.

Num. LXVI.

Ponamus Aleones esse tres: Iodocum, Thermem, & Blassirum: huic deest ludus unus, aliis vero ludi singulis duo: & dimissis tesseris repetunt suas pecunias. Et quomodo debeat solvere, interrogat ludi Magister.

Respondeo, omnem ludum, & concertationem esse inter unum, & unum: & hanc ob rem, ludum & concertationem, quæ impræsentiarum proponitur, non esse simplicem, sed ex simplicibus compositam. Decertat Iodocus cum Therme, & ait, *Ego lucrabor, & non tu*, & exponitur utrimque unus aureus. Decertat Iodocus cum Blassiro, & etiam ait, *Ego lucrabor, & non tu*, & exponitur utrimque unus aureus. Unum tantum jubetur Iodocus deponere; quia, cum non possint simul Thermes, & Blassirus lucrari, unus sufficit, ut satisfiat alterutri, si lucretur. Et idem dicito de aliis. Iodocus igitur, & Thermes in concertatione sunt pares: adeoque unusquisque suas pecunias recuperat. Ipsi autem respectu Blassiri, sunt Camilli coram Friderico, ut §*Ludebant*, exposui: ergo, si singuli habeant $0\frac{1}{2}$: habebit respectu singulorum $1\frac{1}{2}$ Blassirus. Considera sequentes numeros.

	A	B	C	D
<i>Iodocus</i> {	<i>ob Thermem</i> 1	32	16	} 24
	<i>ob Blassirum</i> $0\frac{1}{2}$	16	8	
<i>Thermes</i> {	<i>ob Iodocum</i> 1	32	16	} 24
	<i>ob Blassirum</i> $0\frac{1}{2}$	16	8	
<i>Blassirus</i> {	<i>ob Iodocum</i> $1\frac{1}{2}$	48	24	} 48
	<i>ob Thermem</i> $1\frac{1}{2}$	48	24	
	6	192	96	

Hi numeri respondent pecuniæ, quæ exponitur: sed, ut diximus, non tota deponitur, quia tota simul non potest simul perdi. Erat autem in deposito media pars, hoc est, aurei 3 seu argentei 96. Ergo 96 debent eadem proportione in columna C dividi, qua 192 in columna B aut 6 aurei in columna A dividebantur. Ergo habebit Iodocus 24. Thermes 24 & Blassirus 48 ut in D.

Num. LXVII.

Invertamus Casum, & Iodoco, & Thermæ deficere unicum ludum, duos autem Blassiro supponamus. Et computus simili modo institui poterit.

	A	B	C	D	
<i>Iodocus</i> {	<i>ob Thermem</i>	1	32	16	} 40
	<i>ob Blassirum</i>	$1\frac{1}{2}$	48	24	
<i>Thermes</i> {	<i>ob Iodocum</i>	1	32	16	} 40
	<i>ob Blassirum</i>	$1\frac{1}{2}$	48	24	
<i>Blassirus</i> {	<i>ob Iodocum</i>	$0\frac{1}{2}$	16	8	} 16
	<i>ob Thermem</i>	$0\frac{1}{2}$	16	8	
	6	192	96		

Ergo numeros columnarum A, & B, debito modo bipertiendo, ut in C argentei 40 ad Iodocum, ad Thermem 40 & 16 ad Blassirum, ut in D pertinebunt.

Vel attende. Si adhuc semel luderent, & unum jactum lucraretur Blassirus, quid haberet? Esset illis par. Et, si illum jactum perderet, quid haberet? suum aureum perderet. Ergo nullam in hoc jactu habet lucrandi spem: sed est inter duo extrema: nimirum, inter nihil perdere, & totum perdere. Medium igitur est dimidium perdere. Deposuit unum aureum: hoc est, $\frac{32}{32}$ ergo, si mediam partem perdit, extrahit $\frac{16}{32}$: Erat depositum $\frac{96}{32}$. Ergo manent $\frac{80}{32}$ & facta divisione (nam Iodocus, & Thermes sunt æquales) habebit alteruter $\frac{40}{32}$: ut antea.

NOTA.

De his, qui ludum antequam incipiatur, relinquunt.

Num. LXVIII.

Contingit aliquando, ut postquam de præcedentia convenit, superveniat tale impedimentum, ut incipi ludus non possit. Et tunc non intermittitur inceptus, sed nondum inceptus impeditur. Sed, qua lege nummi depositi sunt dividendi? An in partes æquales? videretur, quod sic: quia per ludum acquiritur in nummos expositos jus, & ludus inceptus non est, videretur, quod non, quia melior est illius conditio, qui fuit præcedentiam sortitus: ergo in divisione debet partem majorem indipisci. Sed quantam?

Profecto, si de sola præcedentia disputetur, quando unica tessera luditur, & illa alternative projicitur: tunc *Manus*, quam vocant (Hisp. *la Mano*) valet una trigesima sexta parte depositi. Quod sic ostendo. Primus jactus antequam fiat, valet una sexta parte depositi, nam ex sex numeris, qui sunt in tessera, unus mihi dat Depositum, quod quinque negant. Depositum igitur, vocetur *a*. Ergo primus jactus, antequam fiat, valebit $a0\frac{6}{36}$ remanent in deposito $\frac{30}{36}$ ergo secundus jactus antequam primus fiat, valebit sexta parte residui: hoc est, $\frac{5}{36}$. Quam ob rem, si pactum sit, ut una utentes tessera alternis jactibus procedamus, & tamen, qui prius repræsentet senarium, depositam pecuniam obtineat, melior est conditio illius, qui præcedentiam habet: & hunc excessum numeri $\frac{6}{36}$ & $\frac{5}{36}$ determinant. Quam ob rem, si intermittatur ludus, non debet depositum dividi in partes æquales; quia ad illud Lusores habent jus inæquale: sed debet in 72 partes dividi, & earum 37 Manui, & 35 alteri consignari: quod sic demonstro. Primus ictus antequam fieret, valebat $\frac{6}{36}$ vel $\frac{12}{72}$ partibus: & secundus antequam primus fieret $\frac{5}{36}$ vel $\frac{10}{72}$ (dico *antequam primus fieret*, nam cum primus est factus, qui erat secundus, aut cessat, aut in primum transit. Cessat, si primus ictus depositam pecuniam obtineat: transit in

primum, si ille nil consequatur 12 & 10 sunt 20 quæ a 72 deductæ, relinquunt 50 in quas lutores retinent jus æquale. Hæ igitur, bifariam divisæ exhibent 25. Unde manui 12 & 25 hoc est 37 & Collusori 10 & 25 hoc est 35 septuagesimæ secundæ partes depositi consignabuntur.

Num. LXIX.

Si duabus utamur tesseris, & non sit determinatus numerus, cui præmium debeatur, erit magna confusio; nam non dabitur numerus, qui cum fieri debeat proportio. Interim, esto Senarium Petrus, & Paulus septenarium jacturus. Duæ tesseræ 36 modis combinantur. Senarius 5 modis: & 6 modis septenarius jacitur. Ergo in Petro est spes ad timorem, ut 5 ad 36 & in Paulo, ut 6 ad 36. His præmissis, sic proponitur Casus.

Est *Manus* Petrus, & superveniente impedimento non incipitur ludus: sunt in deposito 36 nummi: qua lege distribuuntur?

Primus jactus, qui ad Petrum spectat, antequam fiat, valet $\frac{5}{36}$: ergo relinquuntur in deposito $\frac{31}{36}$ & hoc vocetur *residuum*. Sane, si residuum esset 36 secundus ictus, qui ad Paulum spectat, antequam primus fieret, valeret 6 at residuum est 31. Ergo secundus ictus valet $5\frac{6}{36}$. Si a 31 auferas $5\frac{6}{36}$ tunc $25\frac{30}{36}$ relinquuntur: qui bifariam divisi, dant $12\frac{33}{36}$. Stat igitur, Petrum habiturum esse nummos 5 & $12\frac{33}{36}$ adeoque $17\frac{33}{36}$: Paulum vero $5\frac{6}{36}$ & $12\frac{33}{36}$: adeoque $18\frac{3}{36}$.

Sit *Manus* Paulus. Et tunc aliter debet supputatio procedere. Primus enim jactus, qui ad Paulum spectat, valet $\frac{6}{36}$: ergo relinquuntur in deposite $\frac{30}{36}$ quod vocabo *residuum*. Si hoc residuum esset 36 secundus jactus antequam primus fieret, valeret 5 at illud est 30 ergo hic valet $4\frac{6}{36}$: qui subducti a 30 relinquunt $25\frac{30}{36}$ quorum semissis est $12\frac{33}{36}$. Debentur ergo Paulo 6 & $12\frac{33}{36}$ & ideo $18\frac{33}{36}$ & Petro $4\frac{6}{36}$ & $12\frac{33}{36}$ & ideo $17\frac{3}{36}$. Et hac servata proportione debent depositi nummi restitui.

Cum igitur, semper sit melior Pauli conditio, dicendum est, præstare habere bonum numerum, & carere præcedentia, quam præcedentiam, & numerum minus bonum habere.

ARTICULUS III.

De eo, qui prima vice, aut saltem secunda, aut tertia, &c. se talem aleæ numerum esse jacturum pollicetur.

Num. LXX.

Est modus communis concertandi, ut, qui una vice talem numerum se jacturum desperat, putet se illum positurum secundo, aut tertio jactu. Quam ob rem, de jactuum multiplicatione differamus.

Qui capit unam tesseram, & prima vice quinarium v.g. se jacturum promittit, habet pro se unicum modum lucrandi, & quinque perdendi: & ideo in ipso, ut 1 ad 5 ad periculum erit spectatio. Ergo in Concertatione, si unum deponat aureum, qui prima vice est quinarium daturus: quinque ponere adversarius debet, ut in pretio debita conservetur proportio.

Erat Petro concessum, ut aleam jaceret; & si talem numerum proferret, indipiceret aureos duodecim. Stante privilegio (hoc enim & similia interdum ludi leges concedunt) sine injuria impediri non potest. Sed, si debeat vendi istud Ius, quanti æstimabitur? Sexta parte. Duobus igitur aureis. Ergo unicus jactus valet $\frac{1}{6}$: & in hoc omnes convenire videntur: nam, qui istum ictum emeret, 2 contra 10 (aut 1 contra 5) exponeret: nam reciperet 12 & subducendo 2 quorum pretio illud jus emerat, lucraretur 10 qui cum illis 2 collati, sunt, ut 5 ad 1.

Num. LXXI.

Vult Aurelius experiri fortunam, & dicit, *Saltem altera ex duabus vicibus figam Quinarium*. Te opponis tu: admittere decertationem vis: sed, ut servetur æquitas, quantum ille, & quantum tu exponere debeas, inquiris: ut posita inæqualitate periculo, pecunie inæqualitas determinetur. Respondebo.

Unus ictus tantum valet $\frac{1}{6}$. Ergo, qui duos ictus potest facere, in primo nulli se exponit perdendi periculo, sed est in dubio, an totum, an vero $\frac{1}{6}$ sit lucraturus. Si jecerit Quinarium, habebit totum decertationis pretium: si non jecerit, habebit jaciendi iterum jus, cujus juris valor est $\frac{1}{6}$ ut probavimus. Pone igitur, Totum pretium esse 36. Ex his 6 deponere debebit ille, qui Quinarium erat daturus primo jactu. Ergo adversarius 30. Modo Aurelius, qui potest bis tesseram jacere, primo jactu non agit de lucro, & damno, sed de lucro tantummodo, An videlicet, debeat lucrari totum (nempe, 36) an retenturum jus jaciendi iterum, quod sextam partem numeri 36 (nempe, 6) valere affirmavimus. Ergo inter 6 & 36 fortuna primi jactus versatur. Inter 6 & 36 sunt 30. Si dividantur in 6 partes, singulae habebunt 5. Ergo, si secundus jactus antequam fiat, valet $\frac{6}{36}$: primus iste, quem sequuturus alter est, antequam fiat, valet $\frac{11}{36}$ nam 5 & 6 sunt 11. Ergo, si Aurelius $\frac{11}{36}$ deponat, debebit reliquum adversarius (nempe, $\frac{25}{36}$) deponere.

Si una e tribus vicibus vellet dare Rodamirus Quinarium: tertius ictus $\frac{6}{36}$: secundus $\frac{11}{36}$ valeret: sed quanti primus æstimari deberet? Inter 11 & 36 sunt 25. Hos divido in sex partes, & $4\frac{1}{6}$ adquire. Et, quia 5 sunt pericula, & unus modus lucrandi, quintam hanc partem adjungo illis 11 & resultant $15\frac{1}{6}$. Ergo $\frac{15\frac{1}{6}}{36}$ exponere debet Rodamirus: & $\frac{20\frac{5}{6}}{36}$ adversarius. Sed, quia fractiones fractionum tibi non videntur placere, hi numeri in sex dividantur: & tunc $\frac{15\frac{1}{6}}{36}$ transibit in $\frac{91}{216}$ & $\frac{20\frac{5}{6}}{36}$ in $\frac{125}{216}$. Ergo, si 91 Rodamirus exponat, exponere 125 adversarius debebit.

Poteris hunc computum in infinitum promovere, semper differentiam inter id, quod exponit, qui aleam jactit, & sextam partem residui: priori computui addendo.

Vel aliter. Si Petrus argenteos 36 exposuerit; quia habet unum modum lucrandi, & quinque perdendi, nam alea habet sex facies, multiplica 36 per 6 & facies 216. Siquidem totum est 216 aufer 36 (sextam partem) & manebunt 180. Et tantum adversarius Petro, qui jacturus erat aleam una vice, debebat solvere, si Petrus vinceret. Ex 180 aufer 30 (sextam partem) manebunt 150. Et tantum adversarius erat soluturus Aurelio, qui erat jacturus aleam duabus vicibus. Ex his 150 aufer 25 (sextam partem) & manebunt 125. Et tantum ab adversario indepturus erat, si lucraretur Rodamirus. Ergo, ut ulterius progrediaris, poteris hanc observare Regulam:

Totum Concertationis pretium minue sexta parte successive, & si habebis, quantum debeat Adversarius deponere.

Prima vice debeo tale punctum projicere. Ergo, si me dirigit Algebra, Adversarius deponet $1A - 0\frac{1}{6}$: deponam Ego reliquum nempe, $0A + \frac{1}{6}$.

Debeo una ex duabus vicibus numerum illum dare. Ergo deponet Adversarius $1A - \frac{1}{6} - \frac{1}{6}$. Et Ego reliquum. Hoc est, Adversarius ex summa priori auferet sextam partem, & ex residuo iterum sextam partem: hoc enim illae Metarithmece notae significant.

Debeo una ex tribus vicibus. Ergo deponet ille $1A - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6}$.

Debeo una ex quatuor vicibus. Ergo ille depositurus est $1A - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6}$.

Debeo una ex quinque vicibus. Ergo ille deponet $1A - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6}$.

Debeo una ex sex vicibus. Ergo ille, si ego lucrabor, perdet $1A - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6}$ &c.

Num. LXXII.

Per Logarithmos supputatio facili negotio expeditur: Nam prima vice Ego expono pecuniam, quam volo: tu opponis quintuplam. Modo tuae pecuniae quaero logarithmum, & illum successive diminuo, singulis vicibus 7918 auferendo (tanta enim est differentia inter quinarii, & senarii logarithmos) & hac via omnes numeros subsequentes cognosco. Ergo, ut habeamus numerum, quem minuere possimus, aliquem magnum adsumamus.

Debeo una vice aleam jacere, & punctum figere: & 4,000 depono. Et Adversarius prima vice deponit quincuplum, hoc est 20,000 ita, ut tota Summa sit 24000 Examinabimus, quid ex Summa soluturus sit Adversarius, si lucrer, nam reliquum solvam Ego.

Debeo una vice aleam jacere, & talem determinatum punctum figere: & aureos 6=000 depono: & Adversarius deponit quintuplum, hoc est, 30=000. Examinabimus, quid ex Summa soluturus sit Adversarius, si lucrer: nam reliquum solvam Ego, si perdam. Sequentes numeros consideremus.

<i>Si ego figere punctum debeam.</i>	Logarithmi.	<i>Dabit Adversarius aureos.</i>	<i>Ergo Ego exponam.</i>	<i>Vulgi Opinio.</i>
	.07918A	✧	☉	☿
Una vice	1.47712B	30=000	contra 6=000	6 contra 30 simul 36
Duabus	1.39794	25=000	contra 11=000	12 contra 24 simul 36
Tribus	1.31876	20=834	contra 15=166	18 contra 18 simul 36
Quatuor	1.23958	17=362	contra 19=638	24 contra 12 simul 36
Quinque	1.16040	14=468	contra 22=532	30 contra 6 simul 36
Sex	1.08122	12=056	contra 23=944	36 contra 0 simul 36
Septem	1.00204	10=047	contra 25=953	
Octo	0.92286	8=373	contra 27=627	
Novem	0.84368	6=977	contra 29=023	
Decem	0.76450	5=814	contra 30=186	
Undecim	0.68532C	<i>Utriusque Summa 36.000F</i>		<i>Hæc doctrina, licet in Alea locum habere nequeat, locum in Divinationibus habere poterit.</i>
	79180D			
	1.47712E			

In Logarithmis ultimus numerus est C differentia autem A decies est multiplicata, dat D. Et C cum D faciunt E hoc est, B. Non ergo erravimus in computu.

Aurei in 10 Iulios: hi in 10 grana dividuntur, at ego ad granorum decimas partes veni computus accuratioris gratia.

Columna ✧ exhibet aureos, quos debet Adversarius exponere: & Columna ☉, quos Ego, ut æquitas, & justitia servetur. Duo numeri (alter ex ✧, & alter ex Columna ☉) æ simul (sumpti, complement numerum 36=000 ut videre est in F.

Hæc est vera numerorum proportio. Et quoties hujusmodi Concertationes fiunt ex vulgi sententia, quam Columna ☿ prae se fert! Sane sæpissime, quoniam Aleatores homines imperiti, aut etiam improbi, nullam habent harum subtilitatum notitiam.

Num. LXXIII.

Dices, sicut Aleam, sic Divinationem a Fortuna pendere: at in Divinatione numeri per æquales distantias decurrunt. Ergo etiam in jactibus Aleae debebunt. Minorem probas: quoniam, si ponantur sex literae A, B, C, D, E, F; & Ioannes unam ex illis determinet, & tamen inter me, te fiat de Divinatione Concertatio, si divinare debeam prima vice, quam ille designaverit, habeo 5 modos errandi, & ideo 6 contra 30 exponam. Si una vice ex duabus vicibus divinare debuero, 12 contra 24 exponam. Si una ex tribus, exponam 18 contra 18 & sic deinceps.

Respondeo Consequentiam esse legitimam: Minorem veram: & tamen nihil concludi, quoniam major est falsa: aliter enim Alea, & aliter Divinatio a Fortuna dependet. [Agis de Divinatione pure contingente, in qua nullo præiudicio, ut hoc potius, quam illud affirmes, juvaris.] Porro, qui prima vice divinare vult literam a Ioanne designatam, habet spem, ut 1 & periculum, ut 5 nam uno tantum modo poterit verum dicere, & quinque errare. Hæc Divinatio potest cum unico jactu componi: qui enim prima vice numerum imperatum Alea se fore expressurum pollicetur, habet etiam quinque modos errandi: & unum tantum modo postulatam numerum exprimendi. At inter Arsenium, qui dicit, *Una ex duabus vicibus divinabo, quam literam ex sex designaverit Ioannes: aut etiam una ex tribus, una ex quatuor, &c.* & Theodorum, qui dicit, *Una ex duabus vicibus, figam Alea numerum imperatum: aut etiam una ex tribus, una ex quatuor, &c.* summam differentiam invenio. Arsenius, quando una ex pluribus vicibus, se divinaturum pollicetur, pericula errando diminuit, quod non facit Theodorus, quem manent æqualia post errores pericula. Nam Arsenius in prima Divinatione dicit, *Ioannes designavit literam A & obnoxius fuit 5 modis errandi; & unico dicendi verum. Ergo 5 periculis.* Ejus igitur, spes ad timorem se habuit, ut 1 ad 5. Ergo, si vincat quintuplum lucrari debebit. Igitur, si veritatem tetigit divinando, lucratus est pretium: nempe 30 aureos contra 6 quos exposuit. Si erraverit: fit doctior: & non proponet amplius literam A, sed B. Ergo in secunda Divinatione habebit tantummodo 4 pericula: & duos modos non errandi: Ergo spem ad timorem, ut 1 ad 2. Ergo, si exponat 12 erit 24 lucraturus. Si adhuc erraverit, reddetur doctior, & exclusis literis A & B aget de 4 reliquis: adeoque subire poterit tria errandi pericula: habebitque spem ad timorem, ut 1 ad 1. Unde, si exponat 18 etiam 18 exspectare debebit. Et sic deinceps, ut in Tabula Columna ☿ prae se fert. *Divinatori Sagittarium accense; non enim in secundi explosione, aut in tertia tanto subest periculo, quanto in prima: quoniam ab errore ipso monitus, si altius, quam debuisset, explosit, manum deprimat; si nimium inclinaret in dexteram, laevorsum flectit: quam ob rem, errando, & errando, erroresque recognoscendo, errandi pericula imminuit.* At hæc omnia in tesseri locum non habent. Cubio quinarium: v.gr. jubebaris exprimere: alebaris spe, ut 1 ad 5. Ergo 5 periculis eras obnoxius. At expressisti quaternarium, cum quinarium volebas. Scis te errasse: hæc autem ipsa erroris admissi notitia, non imminuit periculum: nam secundo jactu etiam poteris quaternarium exprimere: imo etiam tertio, quarto, & quinto. Ergo, si Divinator (ut nihil de Sagittario dicam) prima vice habuit periculum, ut 5 secunda, ut 4 tertia, ut 3 &c. Aleator prima vice habuit periculum, ut 5 secunda, ut 5 tertia, ut 5 & sic in posterum, semper, ut 5 illum enim errores admissi non juvant, ut periculum errandi minuat.

ARTICULUS IV.

De ludo METAΔEKAΔA; ultra decem, qui ab Hispanis vocatur Pass-diez.

Num. LXXIV.

Est ludus in Hispania, & Italia communis, quem *el Passa-diez* nominamus: in quo, quia malunt lusores aleam jacere, quam invitare (Hisp. *embidar*) utrius conditio aleam projicientis, an vero invitantis sit securior, inquiris. Et ego, ut tuæ curiositati satisfaciam, ne forte in aliqua erremus circumstantia, ludum ipsum describo.

Possunt plures colludere: Pone esse quatuor, qui conveniunt. Sunto Aufridus, Clucius, Daphnius, & Ballacurius. Apud quos primo, quæritur, Quis debeat aleam jacere? Quod definit ipsa alea; nam secundum puncta, quæ singuli expresserunt, sedent.

Ergo, qui plura puncta jecit, & est præcedentiam promeritus, (sit hodie Ballacurius) sumit aleam: Illius est respondere, & cæterorum invitare. *Expono unum aureum*, ait Clucius; *Expono quatuor*, ait Aufridus, *Expono quinque*, Daphnius: & singulis respondet Ballacurius, *Accepto*. Si vincat Ballacurius, totam hanc pecuniam lucratur: &, si vincatur, quantum singuli in mensam deposuerunt, refundit. Consulto dico *deposuerunt*: quoniam memoria est fallax, & esset contentionum occasio, si qui invitavit ad quatuor (Hispan. *el que inuido quatro*) postea, ad octo se invitasse diceret. Hanc ergo ob rem, pecunia ipsa exponitur, quæ non permittet aliquem, aut errare, aut decipere. Projiciet Ballacurius tesseras, quamdiu omnes concertationes acceptet: si autem aliquam non acceptet, priores acceptatas, & nondum ab alea diremptas amittit, solvit; tesseraque ad sequentem transmittit.

Num. LXXV.

Tesseræ sunt tres, & semper hac lege reguntur. *Si dua tesseræ non habeant puncta æqualia, jactus est nullus, & neutri parti favet, aut præjudicat: si vero contra, dua tesseræ habeant puncta æqualia (puta, si utraque habeat 4 aut utraque 5) tunc jactus est validus: & si omnium tesserarum puncta simul sumpta, denarium superent, qui jacit eas, lucratur: si autem non superent denarium, perdit. Si exæquent numerum denarium, etiam perdit: nam tantummodo lucratur, cum superant.*

Modo inquiritur, *An lusus hic æqualis sit? An, ut est hodie comparatus, illi, qui jacit aleam, faveat, & cæteris iniquus sit?*

Ut ob oculos habeas responsionem, do Tablellam sequentem, in qua sunt omnes possibiles combinationes.

A	1	2	3	4	5	6 B
1.1	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.
2.2	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.
3.3	VII.	VIII.	IX.	X.	11	12
4.4	IX.	X.	12	12	13	14
5.5	11	12	13	14	15	16
6.6	13	14	15	16	17	18

Prima Columna, ab A deorsum duas tesseras, quæ habet puncta æqualia, exhibet. In fronte ab A in B tertiæ tesseræ puncta ponuntur, & angulus communis numerum omnium trium tesserarum præ se fert: qui, si non superet Denarium,

literis Romanis exprimitur; si superet, characteribus Agarenis signatur. Ergo jactus utiles sunt 36 quorum 18 alteri parti, & 18 alteri parti favent. Ergo ludus æqualissimus est.

Num. LXXVI.

Sed quid dicemus de jactu, in quo omnes tres tesseræ eadem exhibent puncta? Hispani, & Itali hanc circumstantiam non morantur: solum enim considerant, an Denarium superent, vel non superent. Belgæ excellentiam in trium æqualitate suspiciunt, & dum volunt Religiosi videri, jactum hunc, (in quo æqualia puncta omnes tres tesseræ proponunt) *Raëfel* vocant, putantque Nomenclatorem, vocem hanc a Raphaëlis nomine deduxisse, & per ambages, verba illa, *Tres vidit, & unum adoravit*, adducunt. Et, quia a nominibus propriis Græcus Latinusque verba interdum derivat, unde illud, *Aut Plato philonizat, aut Philo platonizat*, ex voce *Raëfel* verbum *Raëfelen* extraxerunt, quod ludere hoc ludo significat: unde dicere solent, *willen wy raëfelen*. Volumus-ne nos recreare ludo *raëfel*? Et sic memores Dei, & Angelorum ludunt. Non hinc eos carpo, si ludus universim sumatur: quoniam sobrie susceptus actus virtutis est; & si cætera adsint, a summo Numine coronabitur: ut superius ostendi. Non est irreverentia in luso Orationes exponere, ita, ut victus orare pro victore teneatur: nam, si ad maiorem Dei gloriam ludimus, etiam pro sanctæ victoriæ præmio possumus orationes exponere. Interim, si agamus de Alea, specialis difficultas succurrit: nam Alea usi sunt milites, ut super Domini Nostri Iesu-Christi tunicam mitterent sortem. Et hanc ob rem, censetur apud Christianos indecens; & sunt multæ Religiosorum, Regum, & Principum leges, quibus illa interdicitur: unde, ut moderatissime loquar, dicam esse simul bonum, & malum, actum illum, quo tres tesseræ Belgæ æquali punctorum numero signatas ob Dei Trini memoriam honorat, & prærogativis suffulcit: quam Censuram ad actum cum extendo, quo Lusitanus Quinarium antefert Septenario; quia Christi, Domini, & Redemptoris nostri recenset vulnera.

Num. LXXVII.

Cæterum, quidquid sit de Theologia, jactus hos graviter condemnat Arithmetica: nam in Alearum ludo Quinarius, & Septenarius sunt felicitatis, & securitatis inæqualis: nam ille, si utamur duabus tesseris, quatuor, sex iste modis jacitur: ergo majori spe Septenarium semper exspectare poterimus. Præterea Belgæ, cum jactum (*Raëfel*) quia trium tesserarum unitatem, seu æqualitatem exhibet, triumphare jubent, ludi æquitatem in iniquitatem converterunt. Si enim jactus ille (*Raëfel*) triumphat, vincitque, ludus sit in æqualis: propitius ei, qui jacit aleam, cæteris perniciosus. Quod clarissime ostendo. Sic discuro. In Hispania, & Italia hujus ludi æqualitatem, adeoque æquitatem laudamus. Ergo, si aliquid alterare vult Belgæ, præstare debet, quin æqualitati præjudicet: & non præjudicabit, si quot infaustos jactus faustos esse voluerit, tot contra faustos infaustos accensere præcipiat. At nullum felicem gloria privat, & tamen coronat aliquos infelices; ergo partialis est, & ludum alias pulchrum, corrumpit. Iactus (*Raëfels*) de quibus loquimur, sunt hi.

1.1.1	<i>dant</i>	3		4.4.4	<i>dant</i>	12
2.2.2	<i>dant</i>	6		5.5.5	<i>dant</i>	15
3.3.3	<i>dant</i>	9		6.6.6	<i>dant</i>	18

Ergo, si tres (*Raëfels*) priores (videlicet, 1.1.1 & 2.2.2 & 3.3.3) esse fausti dicantur, habebit, qui aleam jacit 21 modos lucrandi, & 15 tantum perdendi.

Tametsi latruncolorum ludus ab industria, & non a fortuna dependeat, quia tamen in Combinatione consistit, & a Viris magnis exercetur, qui de illo scripsere, legantur.

NOTA.

Num. LXXVIII.

Dum hoc Syntagma Perillustri Domino N. Viro Eruditissimo communicarem, ostendit etiam mihi ingeniosam quamdam de eodem argumento Diatribam, quam a Christiano Severino Longomontano fuisse scriptam putabat, & quia est curiosa, & brevis, debuit huic Quæstioni subjungi: & ideo maxime, quia per Algebræ labyrinthos excurrit, ut magno molimine expediat Controversias, quas nos brevius, clarius, & facilius decidimus.

Et quidem cum hanc Diatribam legi, D. Ariæ de Salazar non meminisse non potui, qui, cum semel importunis amicorum precibus cogeret, ut chartis pictis (Hisp. *a los naypes*) luderet, has dabat, cum illas deberet, & rogatus, An serio faceret? respondit, *Tam repugnare, Canem latrare intellectualiter, quam Hominem ludere serio*, ludus enim eo tendit, ut resumantur vires, & recreetur animus, quem presserant, & tantum non oppræsserant negotia seria. Nam, si serio ludere deberemus, & subtiliter in jocis discurrere, non transiremus ex curis ad animi relaxationem, sed ex negotiis ad negotia, ex studio ad studium, & ex curis ad curas. Hoc excursu D. Salazar ridebat omnes ludorum leges, volebatque, qui ludere dicuntur, esse ex leges; aut, si observare leges debeant, non dici ludere, sed serio agere. Et quid, quæso, diceret, qui communes, & universis notas, ludorum leges nolebat observare, aut ad discere, si libros Iuniorum de hoc argumento legeret, inter quos duo (*uno del juego del Alxedres, y otro del juego del Hombre*) a subtilitate laudantur? Quid, si incideret in hanc Diatribam, in qua simplicissimi talorum numeri, quos vel analphabetos se intelligere putat, ad Algebræ tribunalia vocantur, & de lusoriis jactibus ipsimet Arithmeticæ, subtilissimæ Scientiæ, reddere rationem jubetur? Quid, si Theologos legeret in sententias diversas, & adversas divisos, qui se dissertatione seria, & contentiosa vexant, ut pronuncient, quomodo tuta conscientia possint homines ludere, jocari, nugari?

Porro, definiunt Veteres esse hominem *Animal rationale mortale*, sane *animal*, ut sciat, se non esse ex ære fusum, aut ex ferro conflatum, sed ex ossibus, & carne constructum; & quia, *Quod caret alterna requie durabile non est*: se aliquando debere fruisi otio, & a labore ordinario cessare. Porro, *rationale*, ut cognoscat, se sicut ex rationis præscripto operari, sic etiam juxta ejusdem rationis dictamen, & non aliter ab opere cessare debere, & juxta rationis etiam leges animum relevare. Tandem *mortale*, ut se moriturum esse supponens, sine proximi injuria operetur, aut quiescat: ut non otiose otietur, nam de omni otioso actu, immo etiam verbo, ratio est a Indice supremo exigenda.

Sane ludus, in quo non agitur de pretio, nec de proximi injuria, ludus est. Vtut habeat Arithmeticas, aut etiam Philosophicas leges, Theologicæ non videntur subesse; unde *libr. 10 Ethics cap. 6* Plato scite, & forte Salazari consonans. *Multum studii, curaque ponere & labore ferre, ut ludas, stultum quiddam, & puerile est.* Verum enim vero, quando Concertatio intercurrit, pecunia exponitur, seria res est, & de Iustitia observanda, aut violanda tractatur. Non ergo perfunctorie debet ludere, qui ludendo poterit ex malitia, aut errore proximo inferre injuriam,

& incurrere obligationem restituendi. Ergo laudandi sunt Theologi, qui de ludo scripserunt, docueruntque, quomodo *Homo* possit animum restaurare, ut *animal*, quin prudentiæ, quam, ut *rationalis* habere debet, obsit: & circumspectioni, quam habere debet *moriturus*, deficiat. Et, quia Theologia non sufficit, ut controversia hæc in particulari expendatur, laudandi Mathematici sunt, qui illam sua industria, & ingenio juverunt; & inter alios ille, qui calamo subtili, & felici ad Algebræ Metarithmicos Canones sequentes Positiones scripsit.

DIATRIBE
De Ratiociniis in Alea

Num. LXXIX.

Here following is printed the Treatise of Huygens.